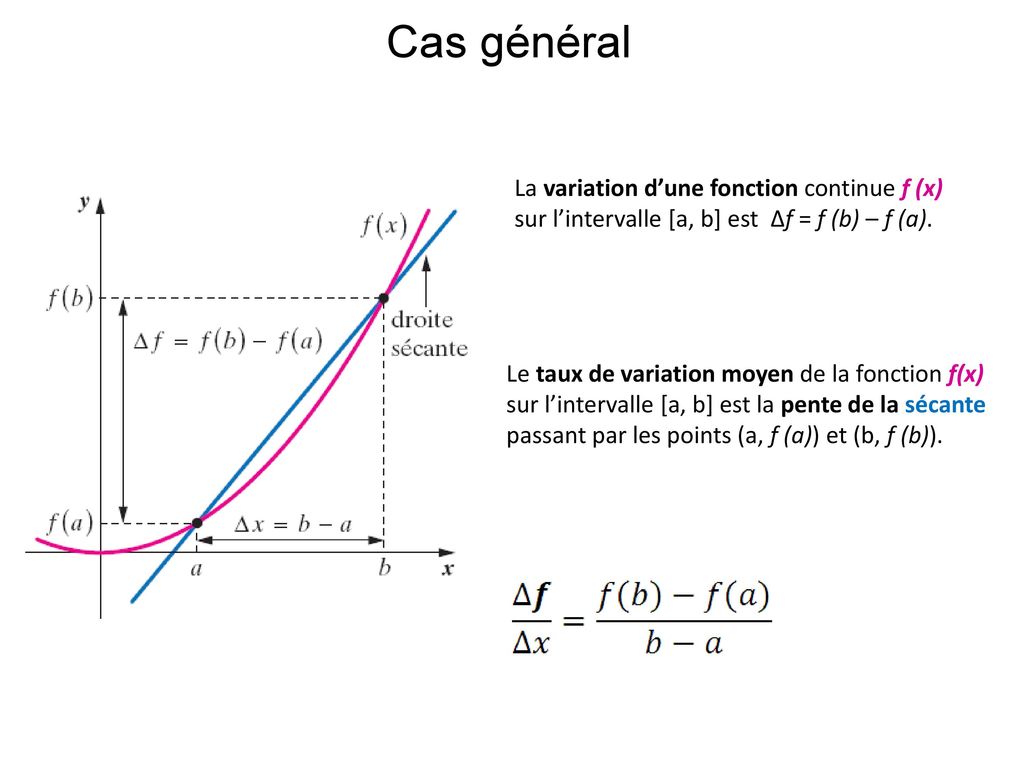
1. **LE NOMBRE DERIVE**

a / Rappel : Le taux de variation

Soit f une fonction dont la courbe représentative est représentée en rouge

Le taux de variation d’une fonction entre a et b s’obtient à l’aide de la relation :

**B**

Autre relation : Soit h = b – a donc : b = a + h

Alors, le taux de variation peut s’écrire :

**A**

C’est le …………………………………………………..…….. de la droite ………………..….. (AB)

Δy

**A**

*Remarque* : Si le point B se ……………………………… de A, alors :

b se …………..…………………. de a et h tend vers ………..

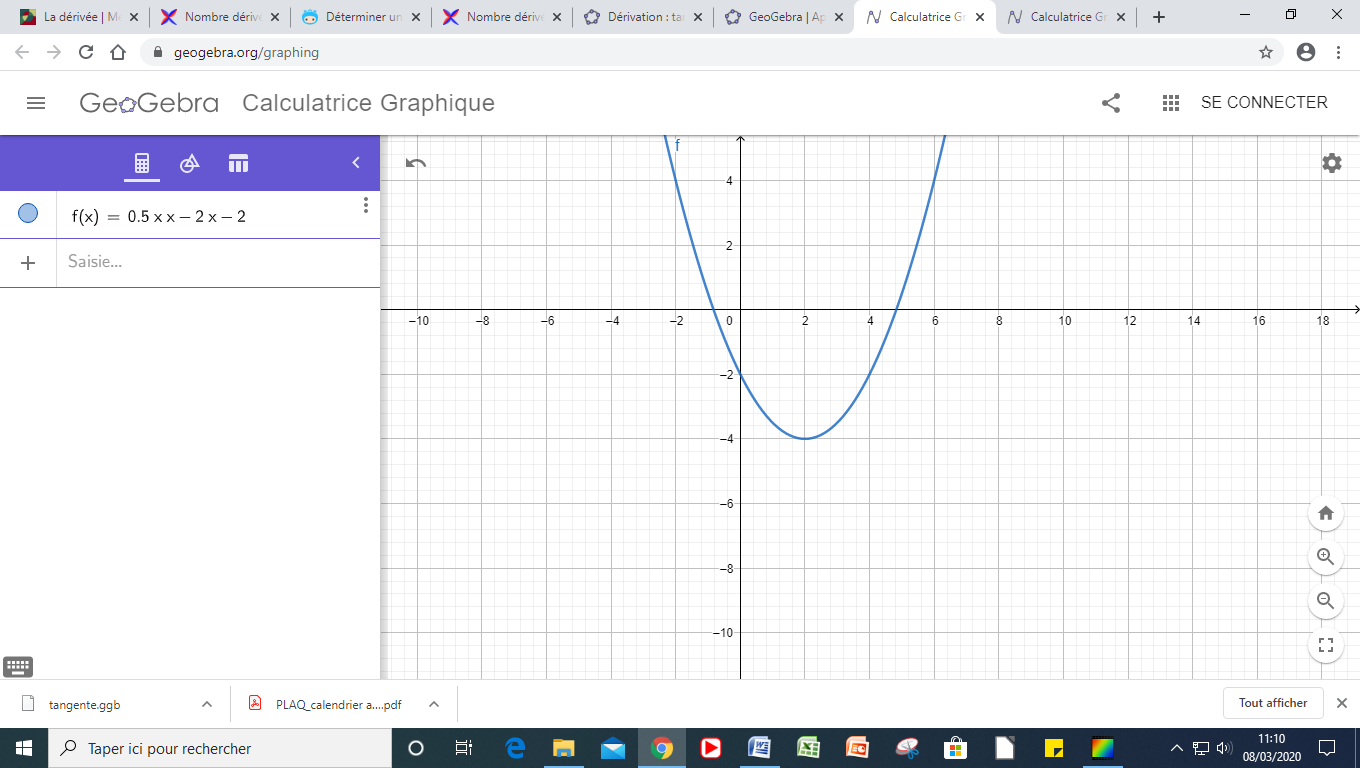
<https://www.geogebra.org/m/ZFKXsSn8>

*Conclusion* : La droite sécante (AB) tend vers la droite …………..………………….. à Cf au point d’abscisse a

b / Le nombre dérivé La tangente

Le taux de variation tend vers un nombre appelé le nombre ………………………….. de f en a et noté

f’(a) . C’est le ………………………….…………………………. de la droite …………………..………….. à la courbe au point d’abscisse …….



Il s’obtient à l’aide de la relation :

<http://xymaths.free.fr/Common/Tangente/Tangente-secante-animation.php> ( a= 4 )

On considère la fonction f définie sur ℝ par **f(x) = 0,5x2 - 2x - 2**

Sa courbe passe par le point A ( 4 ; ………. )

Traçons la tangente à la courbe Cf au point A

Déterminons graphiquement son coefficient directeur

On en déduit son ordonnée à l’origine b = ….

L’équation de la droite tangente, nommée T4 est donc y = ……………………………………………………

c / Remarque

Il est possible d’obtenir la valeur **exacte** d’un nombre dérivé f'(a) pour des fonctions usuelles, à l’aide de la fonction ………………………...

1. **LA FONCTION DERIVEE**

a / Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Alors la fonction est …………….……………. sur I, si pour tout nombre réel x de I, le nombre dérivée en x, noté f’(x), existe

b / Fonctions dérivées à connaitre :

|  |  |
| --- | --- |
| f(x) | f ’(x) |
| **Constante k** | ………………………. |
| **x** | ………………………. |
| **x2** | ………………………. |
| **x3** | ………………………. |

Vérification ; Considérons la fonction f définie par f(x) = x2. Sa courbe représentative passe par le point ( 3 ; …… )

Calculons f( 3 + h ) = (3 + h )2 = ……………………………….

Le taux de variation peut s’écrire

Alors, f’(3) =

Mais, nous venons de voir que f(x) =x2 admet pour dérivée f’(x) = …..

Alors, f’(3) = ……….. On retrouve bien la même valeur

Cette méthode sera bien sûr privilégiée car bien plus ………………………..

c / Propriétés des fonctions dérivées

* Soient une fonction f dérivable sur un intervalle I et soit k, un réel

Alors, la fonction de la forme k x f admet pour dérivée : ……………….

Exemples :

|  |  |
| --- | --- |
| **f(x)** | **f’(x)** |
| 4x3 | ………………………. |
| 7x2 | ………………………. |
| 12x | ………………………. |

* Soient deux fonctions f et g dérivables sur un intervalle I.

Alors, la fonction de la forme f + g admet pour dérivée : ……………….

Exemples :

|  |  |
| --- | --- |
| **f(x)** | **f’(x)** |
| 4x3 + 3x | ………………………. |
| 7x2 – 5x + 20π | ………………………. |
| 5x3 + 4x2 - 3x + 2 | ………………………. |

d / Remarque : Reprenons l’exercice précédent. **f(x) = 0,5x2 - 2x - 2**

Déterminons la fonction dérivée f’(x) = ………………………………………………………..

Pour déterminer le coefficient directeur de la droite tangent T4, calculons

f’(……. ) = …………………………….

T4 a donc pour équation : y = ………… x + b

Pour déterminer b, il suffit de remplacer x par ………………. et y par …………

L’équation devient : ………… = …………….. x …………… + b

………………………………………………. = b donc, b = …………….

L’équation T4 a pour équation : y = …………………………….

On retrouve bien la réponse du 1b

**e / Autre méthode** : D'une manière générale, l’équation de la tangente T a à la courbe représentative d’une fonction f en un point d’abscisse **a** est donnée par la relation :

y = f’( a ) ( x - ……….…… ) + ……..……….….

2/ Exercice : Ecrire l’équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f définie sur R par : f(x) = - 0,25x2 + 2x + 3 en un point d’abscisse a = 3

f( a ) = f (3) = …….….….................................................…………….

La tangente T2 rencontre Cf en un point de coordonnées ( ……… ; ………. )

f’( x ) = ……………...................................................…………………….

f’( 3 ) = ……………………………………

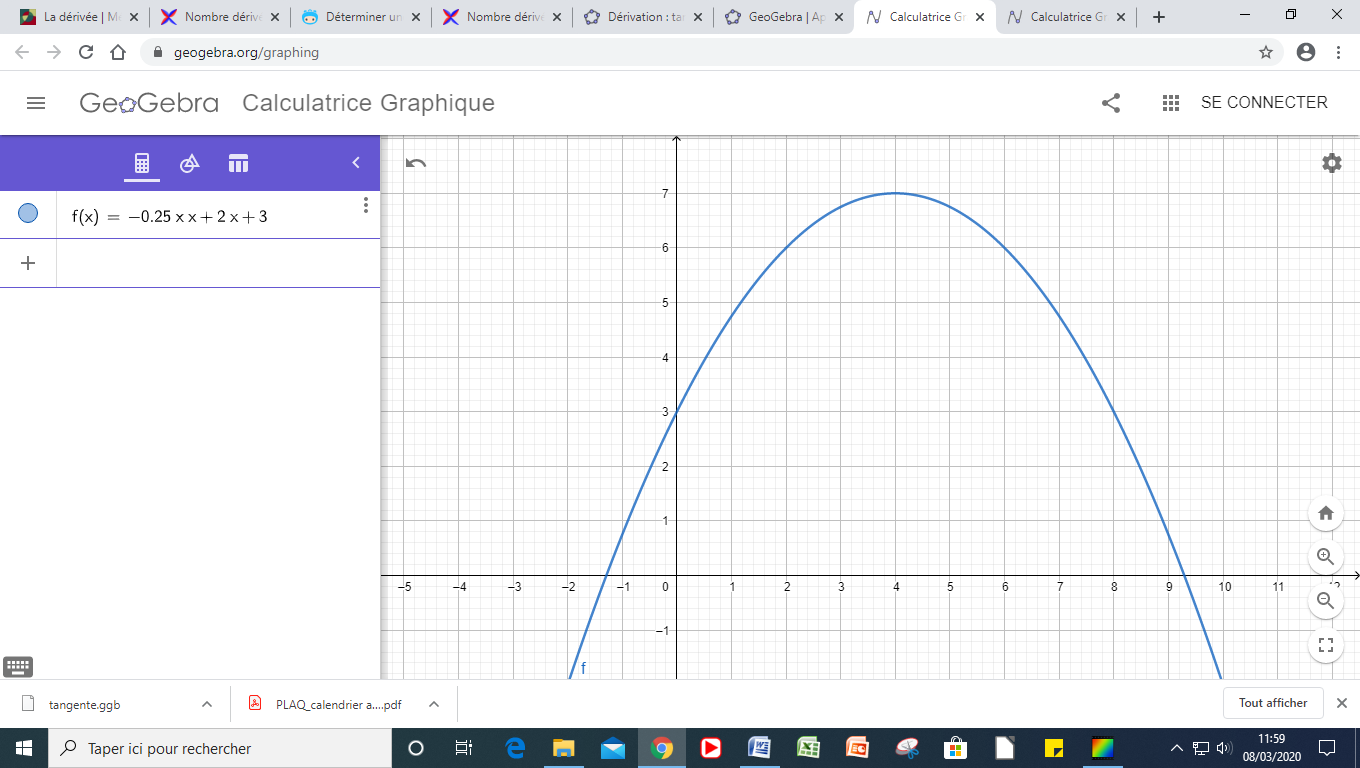
Alors,T1 : y = = …………….. ( x - ………….) + ……………..

Y = ……………………………………………………………. = …………………………………………………

Conclusion : T 3 a pour équation : y = ……………………..

Traçons la tangente T3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | **…….…** | **………….** | **……….** |
| T 3  : y = ………………….. |  |  |  |

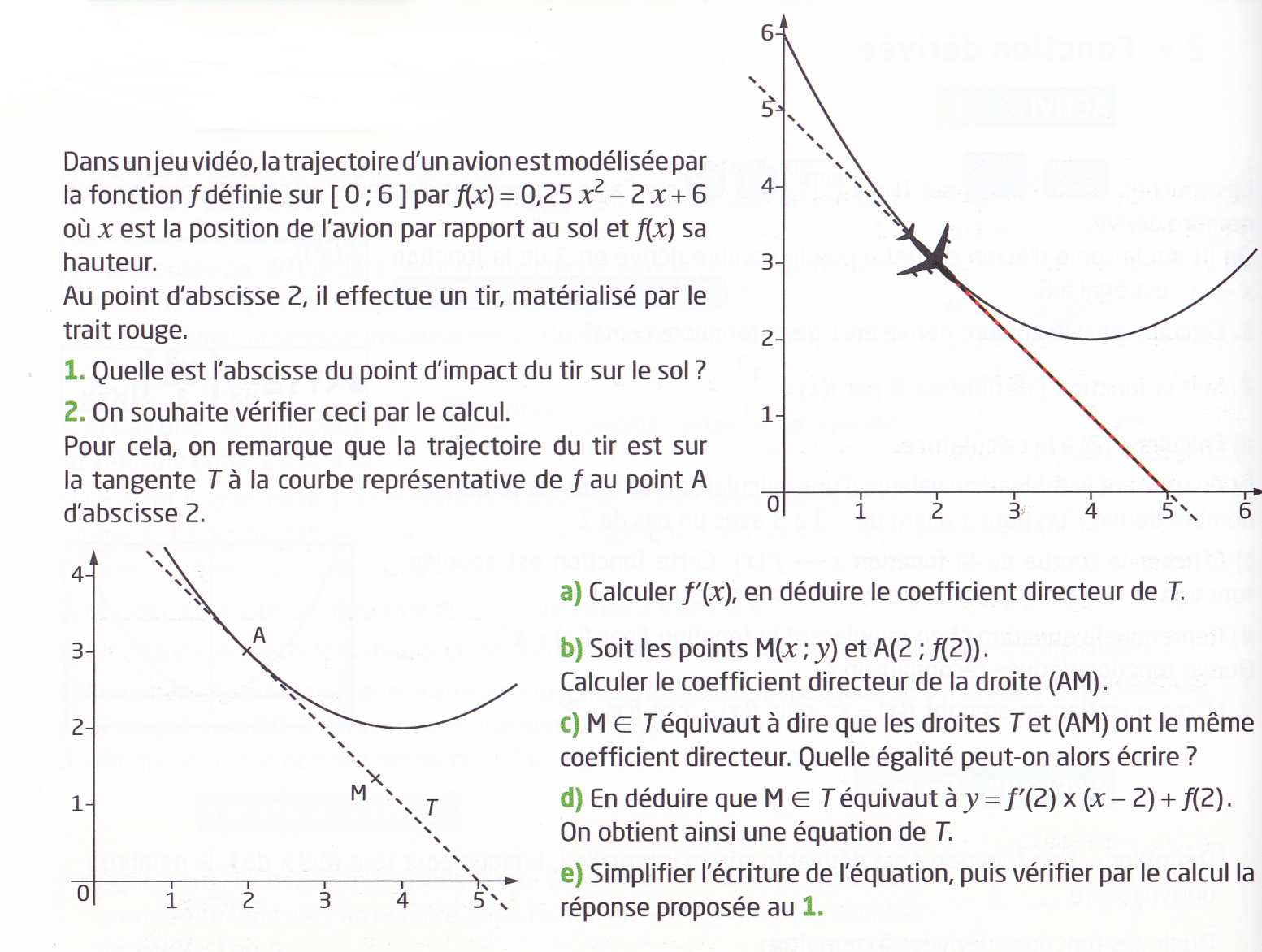


Pour approfondir

<https://www.edumedia-sciences.com/fr/media/271-derivee-et-tangente>

<http://www.jybaudot.fr/Analyse/tangente.html>

1. **EXERCICE D’APPLICATION**



Dans un jeu vidéo, la trajectoire d’un avion est modélisée par la fonction f définie sur [0 ; 6] par **f(x) = 0,25x2 -2x + 6**

x représente la position par rapport au sol en hm et f(x) sa ………………….. en hm

Au point d’abscisse 2, l’avion effectue un tir afin d’atteindre une cible placée en B, de coordonnées exactes ( 5 ; 0 )

Apparemment, la cible est atteinte, mais calculons précisément la position de l’impact au sol

Remarque : La trajectoire du tir est en fait la ……………………….. à Cf en un point d’abscisse ……...

L’équation de T2 est y = f’(…. )(x - ……… ) + f(……)

|  |
| --- |
| f(2) = …………………………………….…….………..  f’(x) = …………………………….  Donc, f’(2) =………………………………..………. |

Alors, T2 : y = ………….. ( x - …….. ) + ……… = ………………………………………………… Donc, y = …………….

Question : Quelle est l’intersection de T2 avec l’axe des …………………………

Résolvons : ………. = 0 ou …………………….. = 0 ou ………………….. = ………..

x = ……………………… = ……………………

On peut donc en conclure que la cible B ………………………………………

Question : Une seconde cible K a été placée en ( 3,65 ; 0 ). Quand l’avion doit-il effectué son tir ?

Graphiquement, sa position aura une abscisse ……………………………….. à 2

La précision demandée est au dixième

Après une recherche collective, la solution est : T…….... : y = ………………………………..

Résolvons : y = 0 ou ………………………… = 0 ou …………. = ……….

La cible K a bien été ……………………

L’avion sera alors à la position x = …….. et à la hauteur de :…………………………………………..…………………..

donc, ……..……. m

Traçons cette tangente dans le repère précédent, en complétant un tableau de ………………..

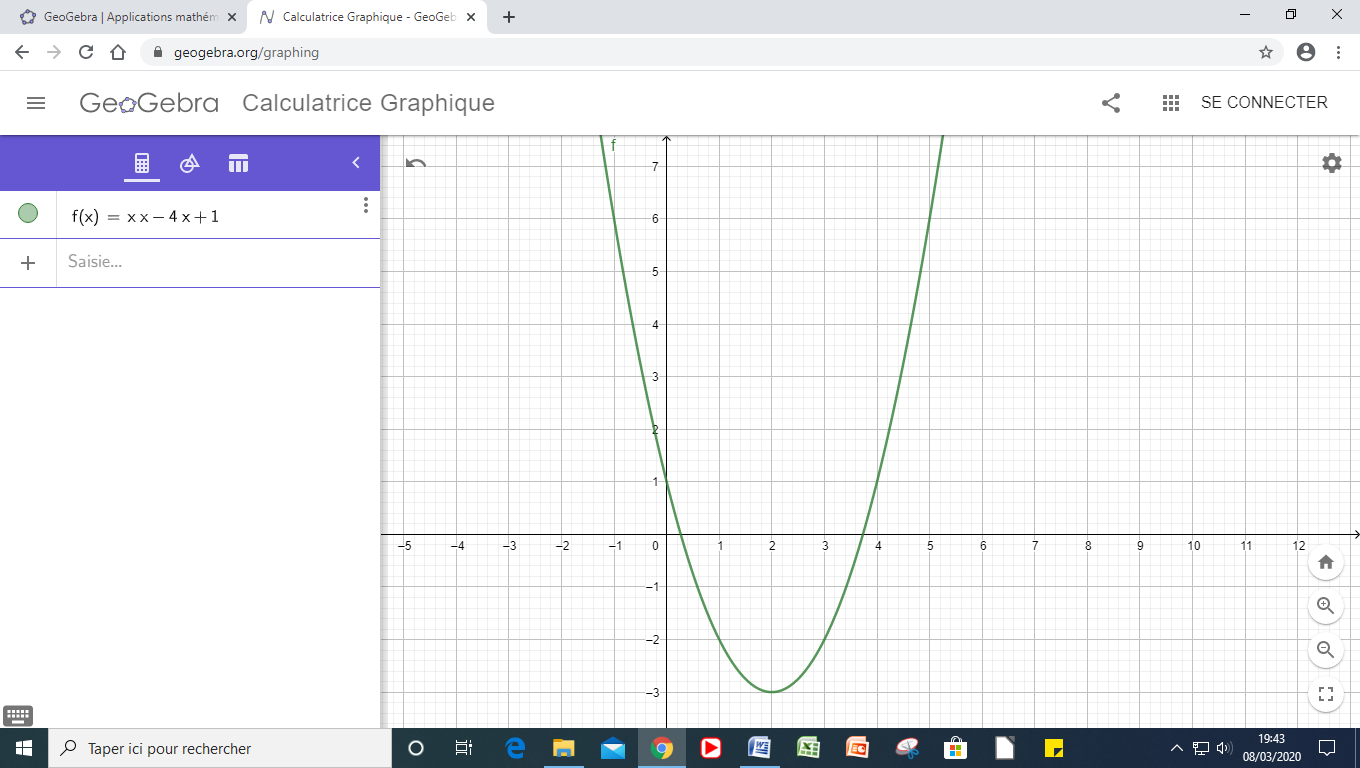
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | …….. | 3 |
| T……… | …….. | …….. | …….. |

Il est possible d’obtenir l’équation de la tangente Ta à l’aide de la calculatrice (CASIO):

Il faut utiliser le mode opératoire suivant

Appuyer sur : MENU -> GRAPH -> EXE -> en Y1, taper l’équation de la fonction f

-> F4 -> F2 ( Tang) -> touche X -> la valeur de a -> EXE - > EXE

1. **SENS DE VARIATION D’UNE FONCTION**

a / Approche

On considère le fonction f définie sur [ - 1 ; 4 ] par

**f(x) = x2 – 4x + 1**

La courbe représentative de f apparait dans le repère

ci-contre

On peut en conclure le tableau de variation de f suivant

|  |  |
| --- | --- |
| x | ….. ……. ….. |
| f(x) |  |

b / Méthode algébrique

Il est possible de dresser le tableau de variation d’une fonction sans l’aide de sa courbe représentative.

Reprenons la fonction précédente : **f(x) = x2 – 4x + 1**

Mode opératoire :

1. Déterminer f’(x)
2. Résoudre f’(x) = 0
3. Dresser le tableau de signe de f’
4. En déduire le tableau de variation de f, sachant que

La fonction f est croissante sur un intervalle si sa dérivée f’(x) est …………………..

La fonction f est décroissante sur un intervalle si sa dérivée f’(x) est …………………..

La fonction f est constante sur un intervalle si sa dérivée f’(x) est …………………..

Lorsque la dérivée s’annule en changeant de signe, la fonction admet alors un ……………………… ( minimum ou maximum )

1. f’(x) = …………………………………..
2. f’(x) = 0 donc, ……………………….. = 0 ou ………………… = ……….

x = ………………………………

|  |  |
| --- | --- |
| x | -1 ……………….. 4 |
| f’(x) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| x | -1 ……………….. 4 |
| f(x) |  |

Conclusion : On retrouve …………………………………………………………………….